

Quanto è grande la Terra?

La misura di Eratostene

Una leggenda vuole che Cristoforo Colombo, nel proporre il viaggio verso Occidente per raggiungere le Indie, fosse trattato da visionario, perché la Terra era ritenuta piatta dai dotti del suo tempo. Nulla di più falso: i dotti, già dai tempi dell'antica Grecia, sapevano perfettamente che la terra era sferica. Eratostene, bibliotecario di Alessandria d'Egitto, intorno all'anno 200 a.C. ne misurò il raggio con un metodo molto abile.

Se la terra è una sfera, i raggi del sole non hanno dappertutto la stessa direzione: se in un punto *S* sono perpendicolari al terreno, un po' più in là, nel punto *A*, formano un angolo α con la verticale (► fig.1.app.1).

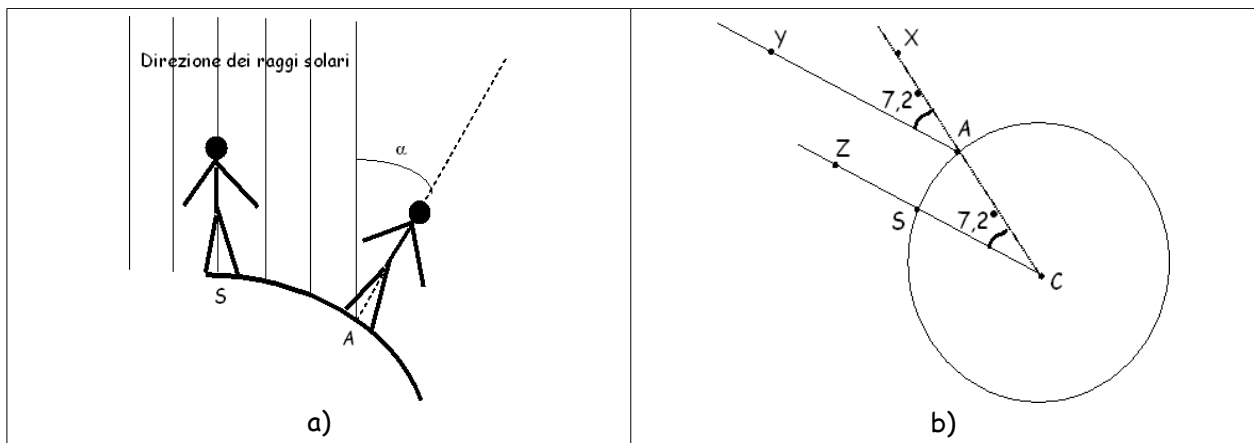


Fig.1.app.1 come cambia l'inclinazione dei raggi del sole a) uno schizzo (non in scala!)
b) un modello geometrico (non in scala!)

Naturalmente occorre che i punti *A* ed *S* siano lontani, in modo che la curvatura della superficie faccia sentire i suoi effetti. Eratostene scelse come punto *A* la città di Alessandria, e come punto *S* la città di Siene (oggi si chiama Assuan). Alessandria e Siene si trovano sullo stesso meridiano: Eratostene osservò che al solstizio d'estate, il sole a mezzogiorno è sulla verticale a Siene, mentre ad Alessandria forma con la verticale un angolo $\alpha = 7.2^\circ$ (parte b) della figura)

La distanza tra Alessandria e Siene (l'arco *AS* in figura 2), era di 5000 stadi. Per calcolare la lunghezza di tutta la circonferenza (cioè del meridiano che passa per *A* e *S*), basta procedere così:

$$\text{circonferenza} = 5000 \text{ stadi} \cdot 360^\circ / 7.2^\circ = 250000 \text{ stadi}$$

Sapendo che uno stadio di Eratostene corrisponde (probabilmente) a 157.5 m, quanto è lunga la circonferenza della Terra in base al risultato della sua misura? La risposta, cioè 39.4 milioni di metri, è un po' troppo vicina al vero per risultare credibile. In effetti ci sono molti dubbi sul valore dello stadio considerato da Eratostene.

Una misura moderna

Con un ricevitore GPS la misura di Eratostene può essere fatta in pochi secondi, senza muoversi da casa. Se infatti regoliamo il ricevitore in modo che ci fornisca le normali coordinate di latitudine e longitudine, possiamo sapere a quanti *gradi* ci troviamo a nord dell'equatore. Se invece utilizziamo le coordinate dette UTM, possiamo sapere a quanti *metri* ci troviamo a nord dell'equatore (► fig.1.app.2).

Il davanzale della finestra di cucina, a casa mia, si trova $4.91624 \cdot 10^6$ m a nord dell'equatore, e la sua latitudine è 44.3985° . Per calcolare quanto è lunga la circonferenza della terra, cioè il meridiano lungo il quale si trova il davanzale, si procede dunque così:

$$\text{circonferenza} = 4.91624 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot 360^\circ / 44.3985^\circ = 39.8628 \cdot 10^6 \text{ m}$$

Notate, per inciso, che la circonferenza della Terra non è 40 milioni di metri, ma un po' meno. Notate inoltre che abbiamo scritto i risultati delle misure con 6 cifre significative: la latitudine è approssimata ai decimillesimi di grado, la distanza dall'equatore alle centinaia di metri. Sembra uno sproposito, ma vedremo in un prossimo approfondimento che il sistema GPS sa fare di meglio. Se così non fosse, d'altra parte, non potremmo usare il GPS per sapere a quale incrocio di una strada occorre svoltare a sinistra.

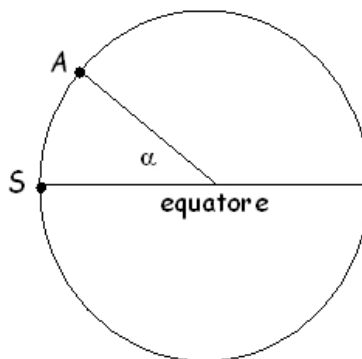


Fig.1.app.2 A è il punto in cui ci troviamo, S è il punto dell'equatore che si trova sul nostro stesso meridiano. Usando le normali coordinate il GPS misura la distanza in gradi tra A e S, cioè l'angolo α . Usando le coordinate UTM misuriamo la distanza in metri, cioè la lunghezza dell'arco AS.

Esercizi.

1. Abbiamo detto che uno stadio di Eratostene corrisponde (probabilmente) a 157.5 m. Quanto è lungo il raggio della Terra in base al risultato della sua misura?
2. Il valore che oggi accettiamo per il raggio polare della Terra è di 6357 km. Quant'era grande, in percentuale, l'errore di Eratostene?
3. Quanto è grande, in percentuale, la differenza tra il valore accettato e quello misurato con il ricevitore GPS?

Come si interpretano i fatti?

Joseph Needham, uno storico della scienza cinese, osserva che nel secondo secolo a.C. gli astronomi cinesi, interpretando gli stessi fatti osservati da Eratostene, giunsero a conclusioni del tutto diverse. Essi, che credevano che la terra fosse piatta ed il sole davvero piccolo (così come appare alla vista), usarono gli stessi dati per calcolare l'altezza del sole rispetto alla superficie della terra. Proviamo a farlo anche noi. Ragioniamo sulla prossima figura (► fig.1.app.3)

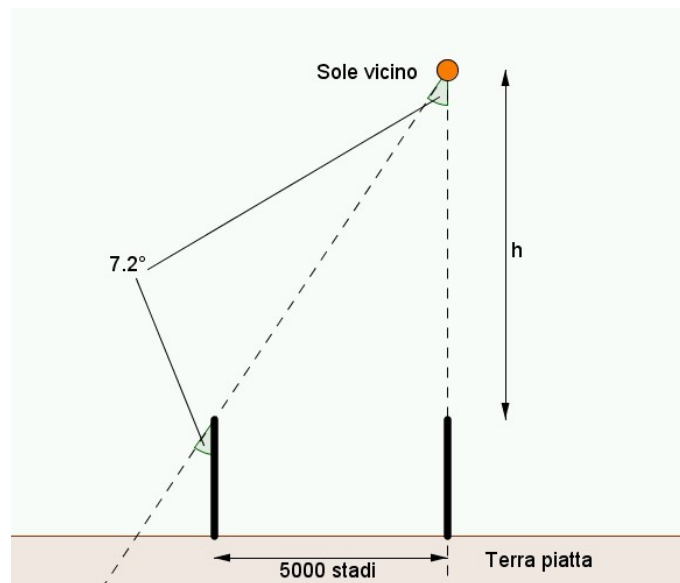


fig.1.app.3 la distanza del sole dalla terra piatta

Se la terra è piatta, se il sole è piccolo e poco distante dalla terra, allora l'angolo di 7.2° misurato da Eratostene è anche l'angolo che formano tra di loro i due raggi che partono dal sole. Con riferimento alla figura, si vede subito che

$$h = 5000 \text{ stadi} / \tan(7.2^\circ) = 40000 \text{ stadi}$$

Questo significa, se usiamo lo stesso fattore di conversione di 0.1575 km/stadio, che il sole dista dalla terra poco più di 6000 km (più l'altezza dell'obelisco

naturalmente...). Troppo poco: con le conoscenze di oggi, sappiamo che il sole dista più di 150 milioni di km dalla terra!

Una riflessione filosofica

Dal punto di vista filosofico possiamo trarre una profonda lezione da questa vicenda. Il problema che vogliamo discutere è molto semplice da formulare, molto difficile da risolvere:

che cos'è un fatto, e come lo si interpreta?

E' un fatto, ad esempio, che i raggi del sole formino un angolo di 7.2° con un obelisco di Alessandria, a mezzogiorno del solstizio d'estate. Ma quale significato gli attribuiamo? La risposta dipende da una fitta rete di osservazioni, vere o semplicemente immaginate, dentro cui lo inseriamo. Se crediamo che la terra sia sferica e il sole lontano, questo fatto ci suggerisce la possibilità di calcolare la circonferenza della terra. Se crediamo che la terra sia piatta ed il sole vicino, la stessa osservazione ci suggerisce di calcolare la distanza del sole.

Prendere in considerazione un fatto e in base ad esso formulare una teoria era apparso, nella lezione 0, come un gioco innocente e privo di rischi. Se un rischio c'era, sembrava solo derivare dal non aver tenuto conto di un numero sufficiente di particolari. Ora ci rendiamo conto che la situazione è molto più complessa di così: passare dalle osservazioni alle teorie è un'operazione che richiede immaginazione, coraggio, a volte anche un po' di incoscienza: insomma, molto di più che un uso corretto della logica e del buon senso.