

Lezione 39: la legge di Ohm e i circuiti elettrici

39.1. Il circuito elementare

Nella scorsa lezione abbiamo rappresentato in modo più o meno realistico alcuni circuiti elettrici particolarmente semplici (► fig.38.4, 38.5 e 38.6). Ora vogliamo dare, degli stessi circuiti, una descrizione simbolica.

I simboli che usiamo li ricaviamo dalla prossima figura (► fig.39.1):

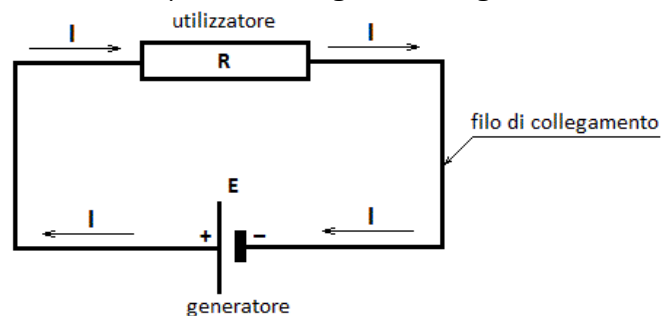


fig.39.1 il circuito elementare

Il generatore di tensione lo rappresentiamo con una coppia di segmenti paralleli: più lungo e sottile quello che rappresenta il terminale positivo, più corto e spesso quello negativo. L'utilizzatore, che nel nostro caso è un conduttore di resistenza R , è rappresentato da un rettangolo. I fili di collegamento diventano segmenti di retta. La figura ci ricorda che in ogni punto del circuito abbiamo la stessa intensità di corrente I . La differenza di potenziale tra i terminali del generatore è indicata con E .

39.2. La legge di Ohm

Alcuni conduttori presentano un comportamento interessante: la corrente che li attraversa è direttamente proporzionale alla differenza di potenziale che viene applicata alle loro estremità. Ciò equivale a dire che il rapporto tra differenza di potenziale e corrente, cioè la resistenza del conduttore, è una costante caratteristica di quel conduttore, che quindi non dipende dall'intensità della corrente che lo percorre. Questo fatto, scoperto dal fisico tedesco Georg Ohm negli anni intorno al 1825, è noto quindi come legge di Ohm.

La legge di Ohm non è perciò una legge di carattere universale, bensì una legge empirica: con una battuta potremmo dire che essa vale solo e soltanto nei casi in cui è valida. Da che cosa, allora, deriva la sua importanza? Dal fatto che molti conduttori presentano proprio questa caratteristica. Se consideriamo un filo di rame, ad esempio, il suo comportamento segue la legge di Ohm: aumentando la differenza di potenziale applicata ai suoi estremi, cresce in proporzione la corrente che lo attraversa. La cosa è tuttavia vera solo entro certi limiti: se la differenza di potenziale diventa molto

grande, il filo comincia a scaldarsi in modo sempre più apprezzabile, la sua resistenza tende a crescere, il che significa che la corrente crescerà meno che proporzionalmente alla differenza di potenziale applicata.

Nella pratica di laboratorio si usano in continuazione conduttori che seguono la legge di Ohm: il loro aspetto è mostrato nella prossima figura (► fig.39.2)

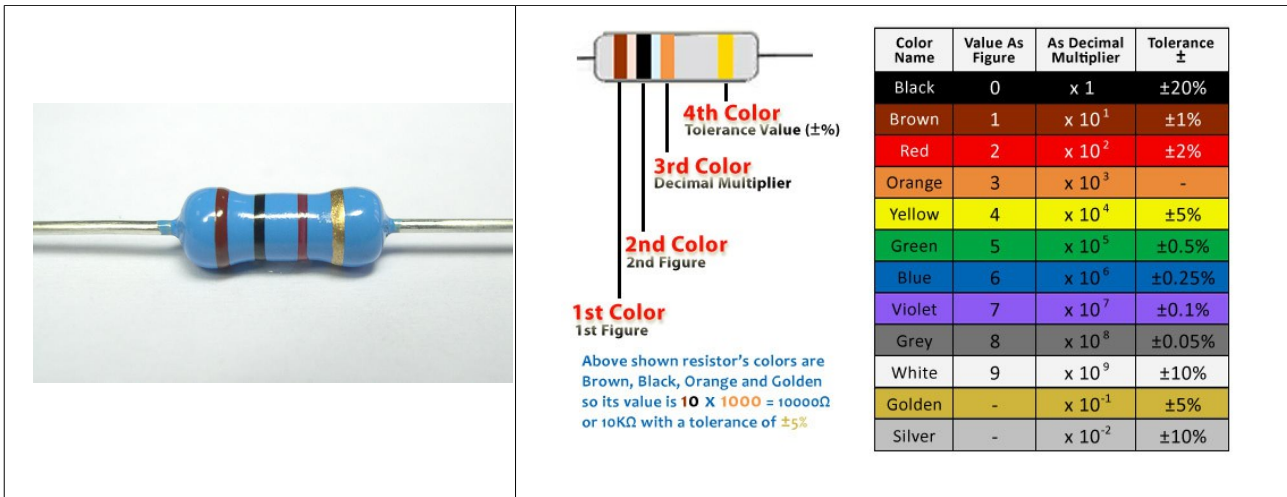


fig.39.2 un resistore e il codice colori per le resistenze

Un conduttore come quello mostrato si chiama resistore: il nome vuole ricordarci che la sua resistenza rimane costante entro limiti piuttosto ampi, che comunque vengono indicati dal costruttore. Si tratta di un cilindretto sulla cui superficie sono dipinte alcune bande colorate (quattro, nel nostro caso) il cui significato è illustrato dalla tabella a fianco, che descrive il codice colore usato per rappresentare i valori di resistenza. Le bande colorate del resistore sono, da sinistra: marrone, nera, marrone, oro. La tabella ci dice che la sua resistenza è di 100 Ohm, con una tolleranza del 5%. Nella pratica non si usa dire "resistore con una resistenza di 100 Ohm", bensì, più semplicemente, "resistenza da 100 Ohm": da qui in avanti ci adegueremo anche noi, molto spesso, a questa abitudine.

39.3. Utilizzatori in serie

Nella prossima figura (► fig.39.3) vediamo tre resistori collegati in serie: ciò significa che ciascuno di essi è attraversato dalla stessa intensità di corrente I.

La resistenza totale R_T dell'insieme dei tre resistori è:

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3$$

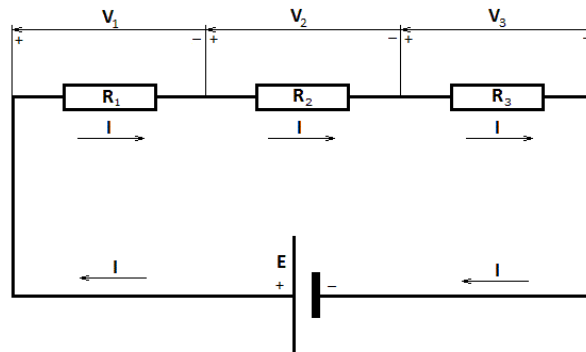


fig.39.3 utilizzatori in serie

Vediamo perché. Dal principio di conservazione dell'energia otteniamo che la differenza di potenziale E tra due punti posti presso i poli della batteria è data dalla somma delle differenze di potenziale misurate ai capi di ogni resistenza:

$$E = V_1 + V_2 + V_3$$

Applicando la legge di Ohm a ciascuna resistenza otteniamo

$$V_1 = I_1 R_1 \quad V_2 = I_2 R_2 \quad V_3 = I_3 R_3$$

Dal principio di conservazione della carica, la corrente che fluisce in ogni parte del circuito ha la stessa intensità I , quindi $I_1 = I_2 = I_3 = I$. Abbiamo allora

$$E = IR_1 + IR_2 + IR_3 = I(R_1 + R_2 + R_3) = IR_{\dagger}$$

Quindi, come preannunciato, la serie si comporta come un circuito elementare di resistenza R_{\dagger} pari alla somma delle resistenze collegate in serie.

39.4. Utilizzatori in parallelo

Nella prossima figura (► fig.39.4) vediamo tre utilizzatori collegati in parallelo: ciò significa che ciascuno di essi è sottoposto alla stessa differenza di potenziale E .

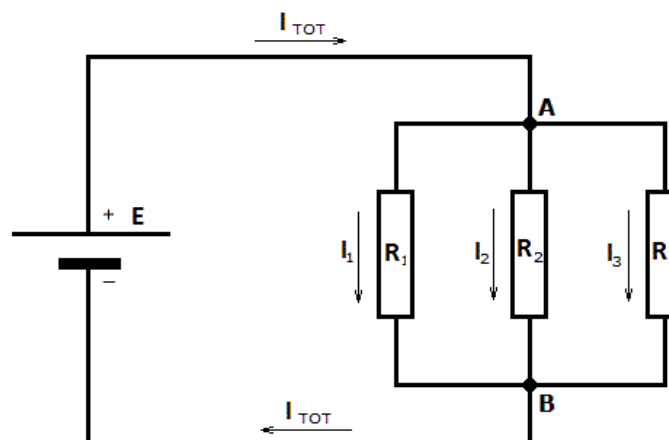


fig.39.4 utilizzatori in parallelo

La resistenza totale R_{\dagger} dell'insieme dei tre resistori è tale che:

$$1/R_{\uparrow} = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3$$

Cioè il reciproco della resistenza complessiva è pari alla somma dei reciproci delle singole resistenze. Vediamo perché.

La corrente I_{TOT} è la somma delle correnti che circolano in ciascun ramo del parallelo:

$$I_{TOT} = I_1 + I_2 + I_3$$

Ciascuna corrente, applicando la legge di Ohm, è uguale alla comune differenza di potenziale E divisa per la rispettiva resistenza:

$$I_1 = E/R_1 \quad I_2 = E/R_2 \quad I_3 = E/R_3$$

Abbiamo allora:

$$I_{TOT} = E/R_1 + E/R_2 + E/R_3 = E (1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3) = E(1/R_{\uparrow})$$

Quindi, come preannunciato, il parallelo si comporta come un circuito elementare per cui il reciproco della resistenza totale è la somma dei reciproci delle resistenze collegate in parallelo.

39.5. Un collegamento misto serie - parallelo

Nella prossima figura (► fig.39.5) vediamo tre utilizzatori collegati in modo misto: il parallelo di R_2 e R_3 è collegato in serie con R_1 .

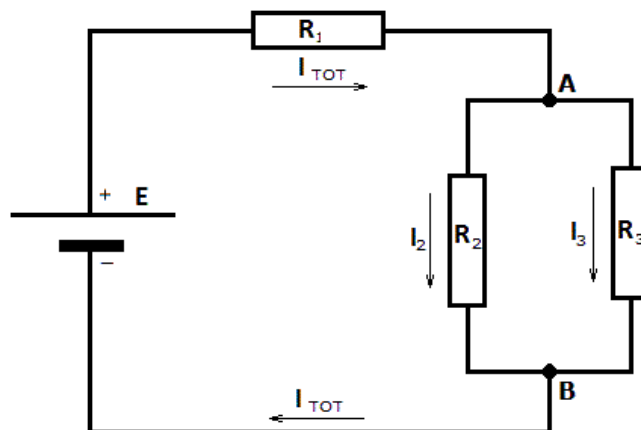


fig.39.5 un collegamento misto serie - parallelo

Il parallelo ha resistenza R_p tale che $1/R_p = 1/R_2 + 1/R_3$. Quindi:

$$R_p = 1/(1/R_2 + 1/R_3) = 1/(R_2+R_3)/R_2R_3 = R_2R_3/(R_2+R_3)$$

Il parallelo di R_2 e R_3 è collegato in serie con R_1 , quindi la resistenza totale del circuito è:

$$R_{\text{T}} = R_1 + R_p = R_1 + R_2 R_3 / (R_2 + R_3)$$

La corrente I_1 che circola nel resistore R_1 è:

$$I_1 = E / R_{\text{T}}$$

e questa corrente comporta ai capi di R_1 una differenza di potenziale:

$$V_1 = I_1 R_1 = E \cdot R_1 / R_{\text{T}}$$

Ai capi del parallelo avremo quindi una differenza di potenziale:

$$V_p = E - V_1$$

Le correnti nei due rami del parallelo si calcolano quindi così:

$$I_2 = V_p / R_2 \text{ e } I_3 = V_p / R_3$$

39.6. Un esempio di calcolo

Con riferimento alla figura 39.5 scegliamo dei valori per gli elementi del circuito, per esempio:

$$E = 10 \text{ V}$$

$$R_1 = 100 \ \Omega$$

$$R_2 = 200 \ \Omega$$

$$R_3 = 300 \ \Omega$$

Vogliamo quindi calcolare quello che accade a ciascun resistore: qual è la differenza di potenziale ai suoi capi, qual è la corrente che lo attraversa.

La resistenza del parallelo è:

$$R_p = (200 \cdot 300) / (200 + 300) = 120 \ \Omega$$

La resistenza totale:

$$R_{\text{T}} = R_1 + R_p = 220 \ \Omega$$

La corrente in R_1 :

$$I_{\text{TOT}} = I_1 = 10 \text{ V} / 220 \ \Omega = 45.5 \text{ mA}$$

La differenza di potenziale ai capi di R_1 :

$$V_1 = I_1 R_1 = 4.55 \text{ V}$$

La ddp ai capi del parallelo:

$$V_p = E - V_1 = 5.45 \text{ V}$$

La corrente in R_2 :

$$I_2 = V_p / R_2 = 27.3 \text{ mA}$$

La corrente in R_3 :

$$I_3 = V_p / R_3 = 18.2 \text{ mA}$$

Possiamo fare un controllo sulla coerenza dei risultati ottenuti: la somma delle correnti che circolano nel parallelo è pari a 45.5 mA, quindi uguale alla corrente totale che il generatore ha erogato. Ciò significa, naturalmente, che 45.5 mC di carica entrano ogni secondo nel punto A: di questi, 27.3 mC attraversano la resistenza R_2 , i restanti 18.2 mC attraversano R_3 .