

Esercizi sulle lezioni 45 - 48

1. Il gran navilio di Galileo si muove rispetto alla costa con una velocità di 5 m/s. Un marinaio che si trova sul ponte si muove rispetto ad esso con una velocità di 1 m/s, nella stessa direzione in cui la nave avanza. Qual è la velocità del marinaio rispetto alla costa?
2. Stesso problema. Un secondo marinaio si muove in direzione opposta rispetto al primo, con la stessa velocità di 1 m/s rispetto al ponte. Qual è la velocità del secondo marinaio rispetto al primo? E rispetto alla costa?
3. Supponiamo che Galileo e il suo assistente fossero in grado di percepire l'accendersi di una lanterna posta a 5 km di distanza. Quanto impiega la luce a compiere questo viaggio di andata e ritorno?
4. Valutiamo in 0.5 s i tempi di reazione coinvolti nella misura tentata da Galileo e dal suo assistente. Quale dovrebbe essere la velocità massima della luce perché il tempo impiegato nel viaggio di andata e ritorno fosse inferiore a questo tempo di reazione?
5. Qual è l'accelerazione centripeta di un punto sulla superficie della Terra dovuta al moto di rotazione intorno al suo asse?
6. Qual è l'accelerazione centripeta della Terra nel suo moto di rivoluzione intorno al Sole? Perché possiamo considerare quasi inerziale il riferimento della Terra?
7. Roemer, grazie alle sue osservazioni delle eclissi di Io, stimò in 22 minuti il tempo che la luce impiega a coprire una distanza pari al diametro dell'orbita della Terra intorno al Sole. In realtà, quanti minuti impiega la luce a percorrere quella distanza?
8. Se la Terra si muovesse alla velocità della luce, di quanti minuti sarebbe la durata di un anno?
9. Siamo fermi sul marciapiede di una stazione. Un treno si avvicina a noi con la velocità di 5 m/s, un altro si allontana con la stessa velocità. Da entrambi i treni viene lanciata verso di noi una palla, alla velocità di 15 m/s riferita al rispettivo treno. Con quale velocità si muovono le due palle rispetto a noi?
10. Ci troviamo sopra una stazione spaziale. Un'astronave si avvicina a noi con una velocità che è metà di quella della luce. Un'altra astronave si allontana da noi con la stessa velocità. A che velocità viaggia, rispetto a noi, la luce emessa dalle due astronavi?
11. Quanto dura, secondo i nostri orologi, un'ora di lezione tenuta a bordo di un'astronave che si muove rispetto a noi con una velocità che è la metà di quella della luce?
12. Quanto dura, secondo il pilota dell'astronave, un'ora di lezione che si tiene in una nostra aula? C'è contraddizione tra i risultati di questo problema e del precedente?

13. Se un orologio a luce si muove rispetto a noi con una velocità che è metà di quella della luce, che distanza percorre la luce al suo interno nel *nostro* sistema di riferimento, mentre percorre 300 mila km nel riferimento dell'orologio?

14. Parliamo di viaggi spaziali. La stella a noi più vicina, Proxima Centauri, dista da noi 4.2 anni luce. Ciò significa che un raggio di luce impiega 4.2 anni, misurati dai nostri orologi, per coprire la distanza in questione. Se un'astronave intraprende il viaggio Terra - Proxima, viaggiando a una velocità che è $\frac{4}{5}$ di quella della luce, quanto dura il viaggio nel riferimento della Terra? E in quello dell'astronave?

Il risultato del problema precedente ci offre la speranza che i viaggi interstellari possano, in futuro, essere alla portata degli uomini. Se non di quelli che rimangono a Terra, almeno per coloro che viaggeranno a bordo delle navi.

15. Altair, una delle tre stelle del triangolo estivo, dista da noi 16.7 anni luce. Quanto durerà un eventuale viaggio verso Altair, a bordo di una nave spaziale che viaggia a velocità pari al 70% di quella della luce? Come sempre la domanda è duplice: dovete stabilire quanto durerà il viaggio nel riferimento della Terra e in quello dell'astronave.

16. Un'astronave sfreccia accanto a noi, con una velocità che è $\frac{1}{3}$ di quella della luce. (a) Quanto dura, nel riferimento dell'astronave, un secondo dei nostri orologi? (b) Quanto sono lunghi, nel riferimento dell'astronave, i nostri regoli da 1 metro? (c) Quanto dura, nel nostro riferimento, un secondo dell'astronave? (d) Quanto è lungo, nel nostro riferimento, un metro dell'astronave? (e) Se l'astronave è lunga 32 m nel suo riferimento di quiete, quanto è lunga nel nostro riferimento?

17. L'astronave, prima della partenza, era parcheggiata in un hangar lungo 33 m. (a) Quanto è lungo l'hangar nel sistema di riferimento dell'astronave in moto? (b) Quanto è lunga l'astronave nel riferimento dell'hangar? (c) Notate qualche problema?

18. La stiva di un'astronave ha la forma di un parallelepipedo le cui dimensioni, misurate nel riferimento dell'astronave, sono le seguenti: $\Delta x = 5$ m, $\Delta y = 3$ m, $\Delta z = 2$ m. L'astronave può volare in qualunque direzione, ad una velocità massima che è l'80% di quella della luce. Nel riferimento della Terra qual è il volume della stiva quando l'astronave vola alla massima velocità (a) in direzione x ? (b) In direzione y ? (c) In direzione z ?

19. Due elettroni si muovono in direzioni opposte lungo l'asse x , ciascuno con velocità $0.9 c$ misurata rispetto alla Terra. (a) Con quale velocità si muove un elettrone rispetto all'altro? Per rispondere a questa domanda conviene mettersi nel sistema di riferimento di uno dei due elettroni. (b) quale dovrebbe essere la velocità relativa dei due elettroni secondo la meccanica classica?

20. Un'astronave sta viaggiando con una velocità che è il 90% di quella della luce, misurata rispetto alla terra. L'astronave lancia un elettrone verso la Terra, con una

velocità che, rispetto all'astronave, è metà di quella della luce. Qual è la velocità dell'elettrone rispetto alla Terra?

21. Il centro di Milano e quello di Sanremo distano, in linea d'aria, 214 km. Il 19 marzo del 2016 il francese Arnaud Démare ha vinto la corsa ciclistica Milano - Sanremo nel tempo di 6 h 54 min 45 s. (a) Calcolate la distanza spaziotemporale che separa i due eventi: partenza della corsa, arrivo del vincitore. (b) Si tratta di una distanza di tipo spazio o di tipo tempo? (c) Spiegate la ragione del tipo di distanza che avete riscontrato.

Il prossimo problema è identico al precedente: cambiano solo (e di molto!) le velocità degli oggetti in moto, quindi le distanze percorse nell'unità di tempo. Proprio per questo ci conviene cambiare unità di misura: decidiamo di misurare il tempo in anni (che abbreviamo con il simbolo "a"), le distanze in anni luce (che abbreviamo con "al"), le velocità in anni luce all'anno (abbreviato con "al/a"). In queste unità la velocità della luce vale 1, perché la luce percorre per definizione la distanza di 1 anno luce nel tempo di 1 anno:

$$c = 1 \text{ al/a.}$$

22. La Terra e Proxima Centauri distano, come sappiamo, 4.2 anni luce. Supponiamo che, in un futuro più o meno lontano, un'astronave possa compiere il viaggio da Terra a Proxima muovendosi ad una velocità che sia metà di quella della luce: $v = c/2 = 0.5 \text{ al/a}$. Quanto tempo durerà il viaggio, misurato dagli orologi fermi sulla Terra?

23. Consideriamo ora i due eventi A e B così definiti: l'evento A è la partenza dell'astronave dalla Terra, l'evento B è il suo arrivo su Proxima. Ora vogliamo calcolare le distanze tra i due eventi *nel riferimento della Terra*. (a) qual è la distanza spaziale Δr tra i due eventi, misurata in anni luce? (b) Qual è la distanza temporale Δt tra i due eventi, misurata in anni? (c) Qual è il quadrato della distanza spazio temporale $s^2 = \Delta r^2 - c^2 \Delta t^2$? (d) Si tratta di una distanza di tipo spazio o di tipo tempo? (e) Spiegata la ragione del tipo di distanza che avete riscontrato.

24. Gli eventi A e B sono gli stessi del problema precedente, ma questa volta ne misuriamo le distanze *nel riferimento dell'astronave*. (a) qual è la distanza spaziale $\Delta r'$ tra i due eventi, misurata in anni luce? (b) Qual è la distanza temporale $\Delta t'$ tra i due eventi, misurata in anni? (c) Qual è il quadrato della distanza spazio temporale $s'^2 = \Delta r'^2 - c^2 \Delta t'^2$? (d) Che cosa potete concludere confrontando i risultati di questo problema e di quello precedente?

25. Due fuochi artificiali esplodono nello stesso punto, a distanza di 10 secondi l'uno dall'altro. Un'astronauta che passa lì vicino sostiene che le due esplosioni sono avvenute con un intervallo temporale di 20 secondi. (a) A quale velocità sta viaggiando l'astronave rispetto alla Terra? (b) Qual è l'intervallo spazio temporale tra i due eventi, misurato nel riferimento della Terra? (c) A quale distanza spaziale avvengono le due esplosioni secondo il riferimento dell'astronave?

La tabella che segue riporta le frequenze di soglia fotoelettrica per alcuni metalli. Quindi, volendo fare un esempio, per estrarre elettroni da una superficie di calcio è necessario che la luce incidente abbia una frequenza minima di $6.9 \cdot 10^{14}$ Hz.

Metallo	sodio	calcio	piombo	argento	platino
Frequenza di soglia (10^{14} Hz)	5.7	6.9	10	11	14

26. Sappiamo che il laser He-Ne emette luce rossa con una lunghezza d'onda di circa 630 nm. Da quali metalli, tra quelli elencati in tabella, possiamo estrarre elettroni usandone la luce?

27. Di che colore è la luce di minima frequenza necessaria per staccare elettroni da ciascuno dei metalli elencati in tabella? (Attenti: non è detto che si tratti di luce visibile...)

28. Secondo l'ipotesi di Einstein qual è l'energia di ciascuno dei fotoni che costituiscono la radiazione emessa dal laser He-Ne?

29. Andiamo all'estremo opposto dello spettro visibile: qual è l'energia di ciascuno dei fotoni che costituiscono la radiazione violetta di lunghezza d'onda 400 nm?

30. Una ditta che produce laser di colore verde, con lunghezza d'onda di 532 nm, dichiara che il suo modello di potenza 700 mW è in grado di accendere un sigaro! Quanti fotoni emette ogni secondo questo modello?

31. Illuminiamo un campione di sodio con un laser viola, con lunghezza d'onda di 405 nm e potenza di 20 mW. (a) Qual è la massima energia degli elettroni che vengono emessi dal sodio? (b) Qual è la velocità con cui vengono emessi gli elettroni di massima energia? (ricorda: la massa di un elettrone è circa $9.1 \cdot 10^{-31}$ kg) (c) Nel caso in cui tutti i fotoni riuscissero a strappare un elettrone, quanti elettroni verrebbero emessi ogni secondo?

32. Come nell'esercizio precedente: il laser è lo stesso, questa volta lo puntiamo sopra un campione di calcio. Le domande sono le stesse.

33. Come nell'esercizio precedente: il laser è lo stesso, questa volta lo puntiamo sopra un campione di piombo. Le domande sono le stesse.

34. Qual è la lunghezza d'onda di una palla da baseball, di massa 0.145 kg, lanciata alla velocità di 105 miglia all'ora?

35. Qual è la lunghezza d'onda di una palla da tennis, di massa 57 g, lanciata alla velocità di 251 km/h?

36. Qual è la lunghezza d'onda di un elettrone che viaggia alla velocità di 1000 km/s?

37. Qual è la lunghezza d'onda di un elettrone che è stato accelerato da una differenza di potenziale di 100 V?

38. Qual è la lunghezza d'onda di un protone che viaggia alla velocità di 1000 km/s?

39. Qual è la lunghezza d'onda di un protone che è stato accelerato da una differenza di potenziale di 100 V?

Quando nella lezione 22 abbiamo illustrato il modello di gas ideale, abbiamo descritto le particelle di gas come se si trattasse di sfere molto piccole. Abbiamo quindi trascurato completamente il fatto che a ciascuna di esse è associata una lunghezza d'onda! Cerchiamo di capire se si tratta di una dimenticanza veniale oppure no.

40. Consideriamo l'elio a temperatura ambiente. L'atomo di elio ha numero di massa pari a 4, con un raggio di circa 30 pm. La velocità più probabile, alla temperatura ambiente, è di circa 1100 m/s: potete ricontrollare a questo proposito la sezione di esercizi relativa alle lezioni da 22 a 25. Qual è la tipica lunghezza d'onda associata agli atomi di elio in queste condizioni? Come risulta rispetto alle dimensioni dell'atomo?

41. A titolo di controprova rifacciamo il ragionamento per lo xeno a temperatura ambiente. Questa volta il numero di massa è 132, il raggio atomico 108 pm, la velocità più probabile 200 m/s. Che cosa cambia rispetto al caso precedente?

42. The nucleus of an atom is on the order of 10^{-14} m in diameter. For an electron to be confined to a nucleus, its de Broglie wavelength would have to be on this order of magnitude or smaller. (a) What would be the speed of an electron confined to this region? (b) Would you expect to find an electron in a nucleus? Explain.

43. The resolving power of a microscope depends on the wavelength used. If you wanted to "see" an atom, a wavelength of approximately $1.00 \cdot 10^{-11}$ m would be required. If electrons are used (in an electron microscope), what minimum kinetic energy is required for the electrons?

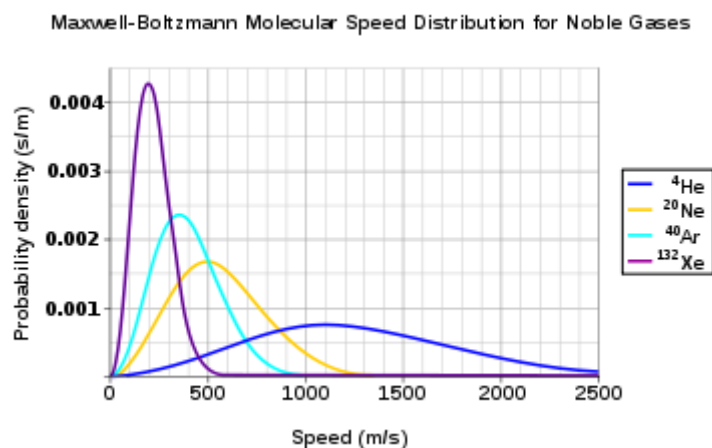
44. Ci riferiamo al problema precedente. Qual è la minima differenza di potenziale necessaria per accelerare elettroni la cui energia cinetica sia sufficiente per "vedere" gli atomi?

45. La velocità più probabile v_p di una molecola di gas a temperatura T si calcola con una formula semplice:

$$v_p = \sqrt{2 \cdot k \cdot T / m}$$

dove k è la costante di Boltzmann, m la massa della molecola. Usate questa formula per calcolare le velocità più probabili per gli atomi di ${}^4\text{He}$, ${}^{20}\text{Ne}$, ${}^{40}\text{Ar}$, ${}^{132}\text{Xe}$ alla temperatura ambiente di 300 K. Usate i risultati per controllare che siano in accordo

con quelli già incontrati negli esercizi della lezione 25, raccolti in un'immagine che qui riproponiamo per comodità:



46. Usate i risultati dell'esercizio precedente per calcolare le lunghezze d'onda più probabili per gli atomi di ^4He , ^{20}Ne , ^{40}Ar , ^{132}Xe alla temperatura ambiente di 300 K.

47. Ora usate la formula dell'esercizio 45 per calcolare le lunghezze d'onda più probabili per gli atomi di ^4He , ^{20}Ne , ^{40}Ar , ^{132}Xe alla temperatura di 6000 K, che è approssimativamente la temperatura della superficie del Sole. Come risultano queste lunghezze d'onda rispetto alle dimensioni tipiche degli atomi? Sapreste spiegarne il motivo?

48. The uncertainty in the momentum Δp of a football thrown by Tom Brady during the superbowl, travelling at 40 m/s, is $1 \cdot 10^{-6}$ of its momentum. What is its uncertainty in position Δx ? The mass of the ball is $m = 0.40$ kg.

49. You notice there is 2 mL of water travelling on the football at the same speed and Δp . Calculate its Δx .

50. An electron in that molecule of water travelling at the same speed has the same Δp . Calculate its Δx if the mass of an electron is $9.1 \cdot 10^{-31}$ kg.

51. Comment on the differences in the uncertainty of momentum between the ball, water, and electron. How does the mass effect this value?

52. Taking into account all of the information presented above, can you state a situation in which the Heisenberg Uncertainty Principle has little effect on measuring the momentum and position of one object, but dominates for that of another when both objects are part of the same system?

53. Un elettrone è confinato in una scatola unidimensionale di lunghezza $L = 1e-10$ m. Considerate i primi 4 livelli, riportati in figura 48.3. Per ciascuno di essi calcolate: (a) la lunghezza d'onda dell'elettrone, (b) la sua quantità di moto, (c) la sua energia.

54. Riferendovi ai risultati ottenuti nel problema precedente, calcolate la lunghezza d'onda del fotone che viene emesso quando l'elettrone subisce i seguenti salti

energetici: (a) $E_3 \rightarrow E_1$, (b) $E_4 \rightarrow E_1$, (c) $E_3 \rightarrow E_2$, (d) $E_4 \rightarrow E_3$.

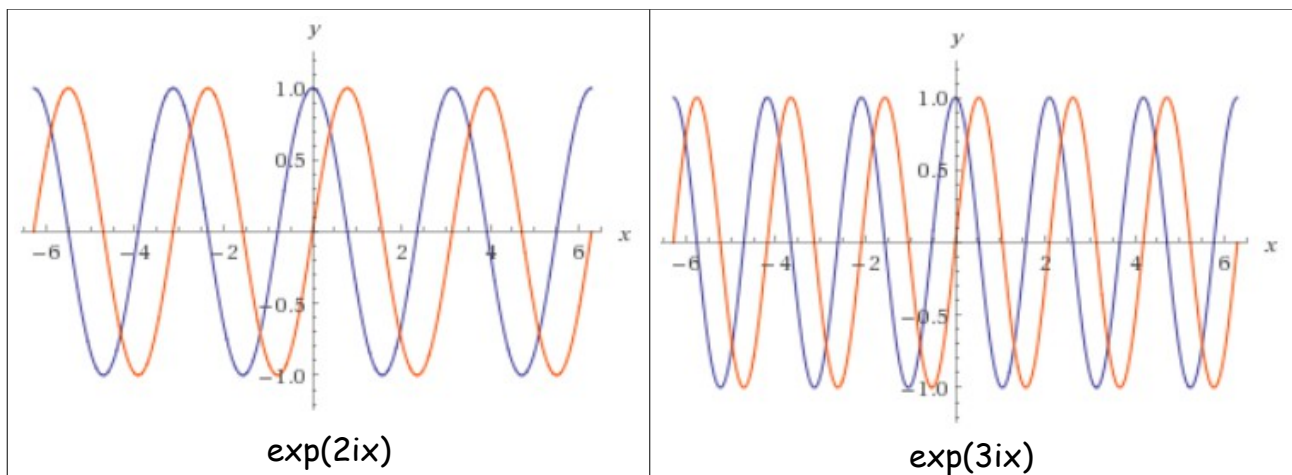
55. Come cambiano i risultati dei due problemi precedenti se l'elettrone è confinato in una scatola unidimensionale 10 volte più lunga, quindi con $L = 1e-9$ m?

56. Il codice R che segue vi permette di seguire passo per passo i conti del paragrafo 48.6, dedicato al modello di Bohr dell'atomo di idrogeno. Spiegate il significato di ogni riga di codice, poi eseguitelo. Il risultato conferma quanto detto nel paragrafo a proposito dello spettro di quest'atomo?

```
e <- 1.6e-19 ; m <- 9.1e-31
h <- 6.6e-34 ; eps <- 8.85e-12 ; c <- 3e8
N <- 1:5
E <- -m*e^4/(8*h^2*eps^2*N^2)
f <- (E[3]-E[2])/h
lambda <- c/f
f ; lambda
```

57. Usate il codice precedente, adattandolo là dove occorre, per ricavare la lunghezza d'onda di altre righe dello spettro dell'idrogeno riportato in figura 48.2.

58. La funzione d'onda si indica di solito con la lettera Ψ . Supponiamo che ad un certo istante di tempo un elettrone sia descritto dalla funzione d'onda $\Psi(x) = \exp(2ix)$: si tratta della funzione complessa descritta a sinistra nella figura che segue, in blu la parte reale che è $\cos(2x)$, in arancione quella immaginaria che è $\sin(2x)$. Calcolate: (a) la lunghezza d'onda dell'elettrone, che potete leggere direttamente dal grafico tenendo conto che l'unità di misura è il nanometro, (b) la sua velocità, che potete ricavare usando naturalmente la relazione di De Broglie, (c) la sua energia cinetica.



59. Stessa cosa quando la funzione d'onda dell'elettrone, a un certo istante di tempo, è $\Psi(x) = \exp(3ix)$ come descritto a destra nella figura che precede. Di nuovo dovete calcolare la lunghezza d'onda dell'elettrone, la sua velocità, la sua energia cinetica.