DA MENDEL ALLO STUDIO DELLA PROBABILITÀ…

Abbiamo visto il meccanismo di trasmissione dei caratteri ereditari alla luce delle intuizioni di Mendel, attraverso le combinazioni dei fattori mendeliani.
Facciamo ora un esempio legato alla trasmissione del colore dei capelli nell’uomo e studiamo le possibili combinazioni.

Immaginiamo l’incrocio tra due individui entrambi con capelli neri, ma eterozigoti, portatori del carattere dei capelli ‘biondo’ (ricordiamo che il carattere capelli neri è dominante, mentre capelli biondi è recessivo); le combinazioni possibili sono le seguenti:

Nn

Nn

♀♂ \ ♀♂	N	n
N	NN	Nn
n	Nn	nn

Quale sarà quindi la probabilità che nasca un figlio con i capelli biondi?
Dato che Pr(U=NN)+Pr(U=nn)+Pr(U=Nn)+Pr(U=nN)=100%,
se sappiamo che, all'incirca, Pr(U=NN) = Pr(U=nn) = Pr(U=Nn) = Pr(U=nN)
possiamo dedurre che, all'incirca, Pr(U=NN) = Pr(U=nn) = Pr(U=Nn) = Pr(U=nN) = 25%

Tuttavia la tabella va interpretata in modo corretto, infatti essa **non va assolutamente** intesa come una prova del fatto che se la coppia avrà 4 figli, sicuramente 1 sarà NN, 2 saranno Nn o nN e 1 sarà nn.
No assolutamente!

Comunque riflettiamo sul concetto di probabilità attraverso alcuni esempi:

Quando si e' di fronte a degli **eventi** che possiamo ritenere abbiano la stessa probabilita' di accadere, ad esempio quando dobbiamo estrarre una pallina tra tre presenti nel contenitore, uguali per forma, peso, … le probabilita' che si verifichino gli eventi
U=P1 (uscita pallina P1)
U=P2 (uscita pallina P2)
U=P3(uscita pallina P3)
possono essere espresse con dei rapporti; vediamo in che modo:
poiché Pr(U=P1)+Pr(U=P2)+Pr(U=P3) = 100% e Pr(U=P1)=Pr(U=P2)=Pr(U=P3), indicandole tutte con la stessa lettera p, avremo: p+p+p = 100%, ovvero p = 100%/3, ovvero **p = 1/3**.
Analogamente se le palline, tutte eguali, estratte ad occhi chiusi, uguali per forma, peso, ... fossero 7, la probabilita' di estrarne una particolare sarebbe 1/7. Se ce ne interessassero 2 in particolare, la probabilita' di estrarle sarebbe **p= 2/7**.

Facciamo un altro esempio prendendo in considerazione un dado equo, ossia non truccato, in cui voglio valutare la probabilità che lanciandolo esca un numero pari.
Se il dado è equo, come detto, significa supporre che l'uscita U abbia uguale probabilità di essere 1, 2, … o 6, quindi: Pr(U=1) = Pr(U=2) = … = Pr(U=6).
Se indico con p il valore di questa probabilità, poiché Pr(U=1)+Pr(U=2)+…+Pr(U=6) = 100% = 1, avrò p+p+…+p = 6p = 1, da cui **p=1/6**.

Cioè: Pr(U=1) = Pr(U=2) = … = Pr(U=6) = 1/6

Infine per trovare la probabilità che l'uscita sia pari posso fare: Pr(U= esce un numero pari) = Pr(U=2) + Pr(U=4) + Pr(U=6) **= 1/6 + 1/6 + 1/6 = 3/6 = 1/2.**
Ciò equivale a dire che la probabilità che esca il numero 2 o 4 o 6 corrisponde alla somma delle probabilità dei singoli eventi.

In simboli:
$\mathbf{Pr(A_1 \text{ OR } A_2 \text{ OR } A_3 \text{ OR } \ldots) = Pr(A_1) + Pr(A_2) + Pr(A_3) + \ldots}$ purchè gli eventi siano però **<u>incompatibili</u>** tra di loro e quindi non possano verificarsi contemporaneamente.

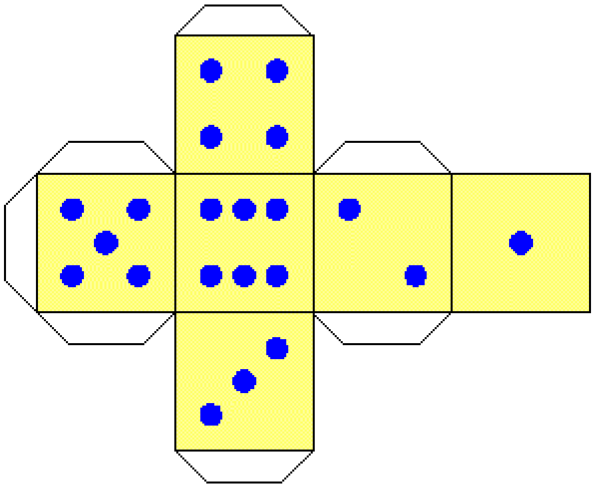
Dagli esempi fatti in precedenza ci si rende anche conto che i valori delle probabilità oscillano sempre tra 0 e 1; un evento che avrà probabilità 1 sarà un evento **certo**, mentre un evento **impossibile** avrà probabilità 0.

Dadi equi e non…

Nel caso precedente abbiamo utilizzato un dado equo; sembra una precisazione scontata, ma verifichiamo utilizzando un dado non equo come il calcolo della probabilità nel caso del lancio del dado stesso risulti alquanto incoerente con quella precedente!

Costruisci un dado col cartoncino nel modo sotto illustrato (incolla le linguette che sono sui lati di alcune facce ad altre facce; ad esempio alla faccia con 1 pallino attacco tre linguette; alla faccia con 6 pallini non attacco linguette).
Lancia il dado 20 volte, completa la tabella riportata sotto e costruisci l'istogramma relativo alle uscite ottenute.

Tipo uscita	Indica con una x ogni uscita	N° totale uscite	Frequenza %
1			
2			
3			
4			
5			
6			



Costruisci qui sotto l'istogramma delle relative uscite:

Metti insieme i risultati ottenuti da tutta la classe e costruisci l'istogramma relativo:

Tipo uscita	**N° totale uscite**	**Freq. %**
1		
2		
3		
4		
5		
6		

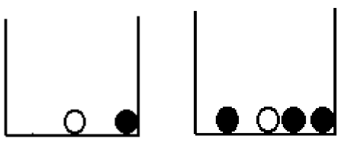
Osservando il grafico ottenuto, puoi affermare che gli eventi sono tutti equiprobabili? Spiega il perché della tua risposta.

………
………
………
………

(nell'**allegato 1** sono disponibili i dati ottenuti dalla classe con la sperimentazione del lancio del dado di cartoncino)

Proseguiamo con altri esempi:

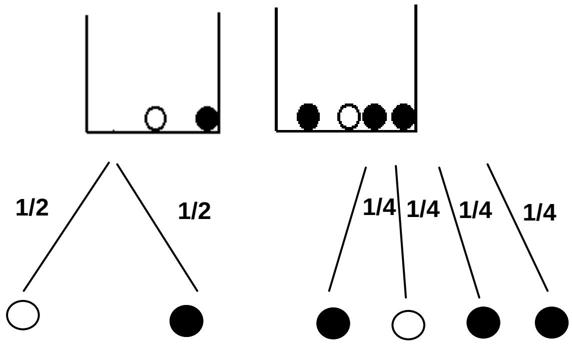
1) Pensa a due contenitori in cui sono contenute delle palline che si differenziano soltanto per il colore. Nella prima ci sono una pallina bianca e una nera, nella seconda una bianca e tre nere. Per vincere devi estrarre una pallina bianca da uno dei due contenitori: *tutte le palline hanno la stessa possibilità di essere estratte*



In quale contenitore ti conviene pescare? Perché?

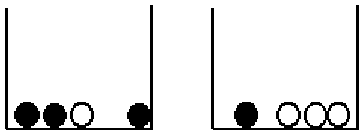
Vediamo insieme come risolvere il problema:
1° contenitore: P(U=N)+P(U=B)=100%, essendo P(U=N)=P(U=B), avremo P(U=N)=P(U=B)=50%
2° contenitore: P(U=N)+P(U=N)+P(U=N)+P(U=B)=3P(U=N)+P(U=B)=100% e quindi P(U=N)=75%
Di conseguenza...

Potremmo usare anche il seguente modo per evidenziare le possibilità:



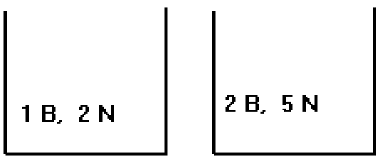
Quindi il contenitore da cui conviene pescare sarà……………………………………………………………

2) Se le palline fossero così distribuite:



In quale contenitore pescheresti? Perché?

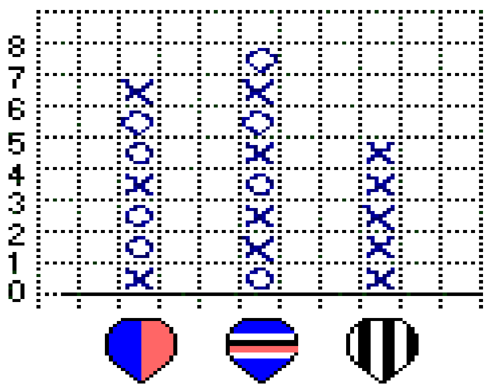
3) Considera la seguente situazione:



In quale contenitore pescheresti?
Spiega il tuo ragionamento.

Esercizi:

1. A scuola facciamo un gioco a coppie. Devo essere accoppiato con un alunno della 3ª B. Posso scegliere se sorteggiare un maschio o una femmina. Da una indagine fatta la settimana prima so che tra i maschi (**x**) e le femmine (**o**) di quella classe il tifo è ripartito come nell'istogramma a fianco. Ieri il Genoa ha perso. Non vorrei capitare con un sampdoriano. Mi conviene chiedere un compagno maschio o femmina? (A) maschio (B) femmina (C) è indifferente Perché?

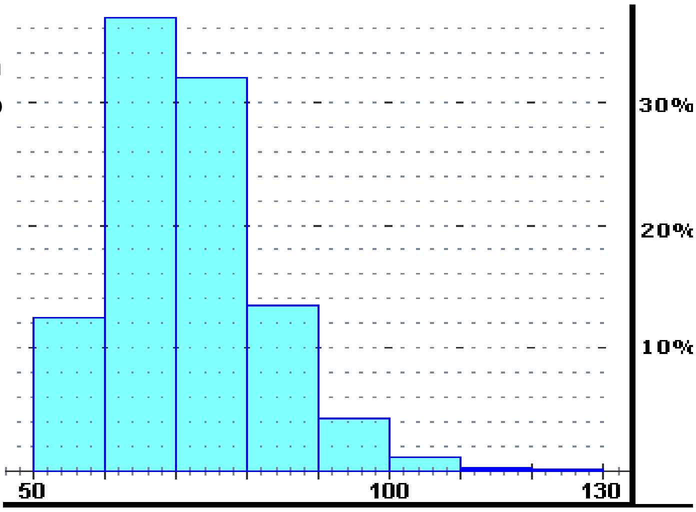


2. In un barattolo vi sono 3 palline nere e 2 palline bianche, di uguali dimensioni e peso. Estraggo senza guardare, a caso, una pallina. Qual è la probabilità che essa sia bianca?

3. A fianco è riprodotto l'istogramma di distribuzione del peso (in kg) dei maschi italiani ventenni relativo all'anno 1997.

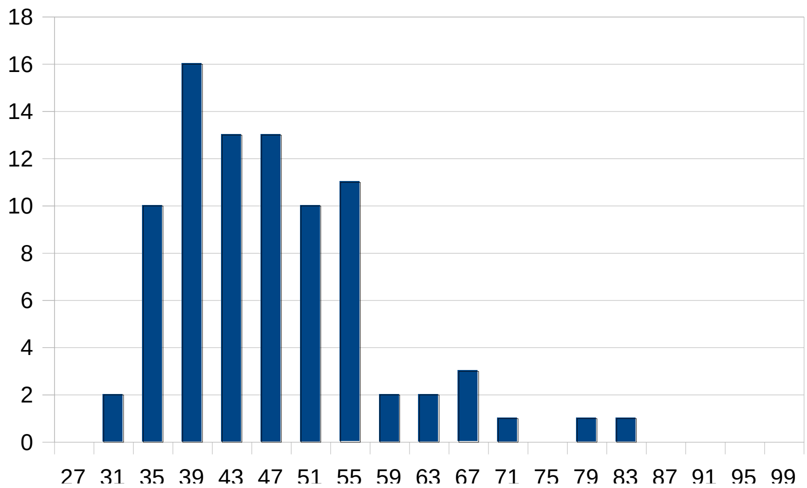
   Qual è la probabilità che scegliendo a caso un maschio ventenne italiano questo pesasse almeno 60 kg?
   A) 12%
   B) 36%
   C) 88%
   D) 96%

   [il peso P in kg è stato ripartito nelle classi: $50 \leq P < 60$, $60 \leq P < 70$, …, $120 \leq P < 130$]



4. Considera il grafico a fianco relativo alla distribuzione dei pesi degli alunni di 11 anni di due scuole medie. Qual è la probabilità, scegliendo a caso, di avere un alunno con un peso maggiore di 55 kg?

(n.b: gli intervalli sono del tipo: 27<p<=31, 31<p<=35, ecc.)



TESTA o CROCE? Studiamo la probabilità attraverso un'attività sperimentale basata sul lancio di due monete.

ATTIVITÀ DI GRUPPO

Considerando il lancio di due monete, costruite e lanciate in modo che le due facce escano con la stessa probabilità, le combinazioni possibili saranno:
CC – CT o TC – TT; sulla base delle osservazioni fatte in precedenza quali sono le probabilità che si presentino le varie combinazioni? (utilizza un grafo per evidenziare i vari risultati dei lanci)

p (TT) =

p (TC)=

p (CT)=

p (CC)=

Pensate che in quattro lanci sicuramente sarà verificata la probabilità calcolata sopra?

Verificate con una serie di prove successive la validità delle vostre affermazioni; il tuo gruppo ha a disposizione due monete, lancia le due monete insieme e inserisci in tabella i risultati ottenuti.

Scheda operativa GRUPPO ……….

	CC	CT o TC	TT		CC	CT o TC	TT		CC	CT o TC	TT
1				1				1			
2				2				2			
3				3				3			
4				4				4			
5				5				5			
6				6				6			
7				7				7			
8				8				8			
9				9				9			
10				10				10			
11				11				11			
12				12				12			
13				13				13			
14				14				14			
15				15				15			
16				16				16			
17				17				17			
18				18				18			
19				19				19			
20				20				20			
tot				tot				tot			

TOT. USCITE	CC	CT o TC	TT
20 LANCI			
40 LANCI			
60 LANCI			

1) Raccogli nella seguente tabella i risultati ottenuti da ciascun gruppo e calcola il totale delle uscite.

	N° LANCI	USCITE CC	USCITE CT o TC	USCITE CC
GRUPPO 1	60			
GRUPPO 2	60			
GRUPPO 3	60			
GRUPPO 4	60			
GRUPPO 5	60			
GRUPPO 6	60			
GRUPPO 7	60			
GRUPPO 8	60			
GRUPPO 9	60			
GRUPPO 10	60			
GRUPPO 11	60			
GRUPPO 12	60			
TOT. CLASSE	720			

2) Quali considerazioni ti suggeriscono questi risultati?

Calcola ora il rapporto tra il numero delle volte in cui si presentano le varie combinazioni (CC-CT o TC-TT) e il numero totale dei lanci

Per 20 lanci

freq TT= **freq CT o TC=** **freq CC =**

per 60 lanci

freq TT= **freq CT o TC =** **freq CC** =

per 420 lanci=

freq TT = **freq CT o TC =** **freq CC** =

Tale rapporto viene definito '**frequenza'**, quindi

$$\textbf{Frequenza} = \frac{\textbf{n° casi favorevoli}}{\textbf{n° casi totali}}$$

Raccogli le frequenze di tutta la classe nella seguente tabella:

	FREQ CC	FREQ CT o TC	FREQ TT
GRUPPO 1			
GRUPPO 2			
GRUPPO 3			
GRUPPO 4			
GRUPPO 5			
GRUPPO 6			
GRUPPO 7			
GRUPPO 8			
GRUPPO 9			
GRUPPO 10			
GRUPPO 11			
GRUPPO 12			
FREQ. totale lanci			

Confronta le probabilità calcolate inizialmente con le frequenze che hai trovato e rispondi alle seguenti domande:

1) Quali risultati, fra quelli dei gruppi e quelli totali, si avvicinano di più alla probabilità calcolata inizialmente?

2) Ti sembra che l'affermazione:

   Più grande é il numero dei casi esaminati, più facilmente si trovano frequenze vicine alla probabilità.

   sia confermata dai risultati ottenuti dalla tua classe?

3) Ti sembra che 720 lanci siano molti o che non siano sufficienti per verificare l' affermazione precedente?

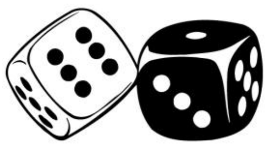
(nell'**allegato 2** sono disponibili i dati ottenuti dalla classe con la sperimentazione del lancio delle due monete)

Tutto ciò conferma ancora una volta la validità degli esperimenti mendeliani, infatti Mendel riuscì a formulare le sue leggi solo <u>perché operò su grandi numeri di prove</u>, che evidenziarono regolarità che non sarebbero mai emerse dall'esame di situazioni sporadiche.
Quindi, tornando all'esempio della coppia di genitori con capelli neri, ma eterozigoti, la previsione della probabilità di avere su quattro figli uno NN, due Nn e uno nn, avrà senso solo se considerata su un gran numero di incroci!

Ovviamente nell’uomo non è possibile effettuare prove simili, ma nelle piante di pisello, ciò fu ampiamente confermato dai ripetuti incroci, effettuati con pazienza da Mendel.

Ci sono tuttavia delle situazioni in cui non è possibile calcolare la probabilità in modo ‘teorico’, ma è comunque necessario fare delle previsioni sulla probabilità che si verifichi un certo evento, ad esempio nel campo delle assicurazioni. Per valutare qual è il rischio di un incidente automobilistico ci si basa sull'analisi del numero e del tipo di incidenti verificatisi nella stessa zona negli anni passati, considerando che si ripeteranno in modo simile ogni anno, se non si modificheranno i fattori che li hanno causati (tipo di auto, condizioni del traffico, delle strade, clima,…). Ad esempio se su 3000 persone che possiedono un'autovettura simile a quella del cliente, 350 hanno avuto un incidente, la probabilità che il cliente abbia un incidente è 350/3000 = 11% (in realtà le compagnie di assicurazione fanno dei calcoli di probabilità un po' più complessi che si basano anche sulla gravità degli incidenti avvenuti, ma il meccanismo è sempre questo).

Ricorda bene: il caso non ha memoria!



Il tuo amico che spesso gioca con i dadi, sostiene quanto segue:
per 5 volte consecutive ho lanciato il dado ed è uscito 2; ciò significa che al 6° lancio, sarà molto improbabile che esca di nuovo 2!!
Sei d’accordo con lui?

Siamo portati a credere che al successivo lancio sarà molto difficile che esca ancora il 2.
Vediamo di ragionare su ciò che succede al momento di lanciare il dado la sesta volta, che cosa può influire sull'uscita di una faccia? Il fatto che il dado sia truccato, il fatto che il giocatore bari, lanciando il dado in modo particolare.
Se il dado non é truccato e il giocatore non bara, allora la probabilità di uscita di una faccia é sempre 1/6; infatti il dado non può "ricordarsi" quello che é successo nei lanci precedenti e quindi si trova esattamente nelle stesse condizioni in cui si trovava al 1° lancio, al 2°, e così via. Quindi la probabilità di uscita di una faccia non cambia nei lanci successivi.
Facciamo un altro esempio: il lancio di una moneta. Anche in questo caso possiamo essere portati a dire che dopo una sequenza di uscite di testa, é più probabile che esca croce. Come nel caso del dado, la moneta non può ricordarsi quello che é successo nei casi precedenti e quindi la probabilità di uscita di T in tutti i lanci é sempre 1/2.

Questo viene espresso dalla cosiddetta affermazione:

il caso non ha memoria!!

Se invece noi consideriamo la probabilità che lanciando un certo numero di volte, ad esempio 5, una moneta si ottenga una sequenza tutta di T facciamo un'affermazione che riguarda tutta la sequenza dei 5 lanci e non più il singolo lancio.
Sappiamo che la probabilità della sequenza TT é 1/4 e così la probabilità della sequenza TTT é 1/2*1/4, cioè 1/8 e così via .. la probabilità della sequenza TTTTT é 1/8*1/2*1/2=1/32.
L'idea che dopo 4 teste consecutive la probabilità che esca ancora testa debba essere minore di 1/2 dipende dal fatto che si confonde tale probabilità con la probabilità della sequenza TTTTT (in media, una sequenza del genere si presenta solo una volta ogni 32 sequenze di 5 lanci ...)

Torniamo ai risultati di Mendel…

Con il lancio delle monete abbiamo visto che i risultati dei singoli gruppi alcune volte si discostavano anche notevolmente dalle probabilità previste (che erano 1/4, 1/2 e 1/4).
Anche Mendel, quando faceva i suoi esperimenti con le piante di pisello, non trovò esattamente il valore 1/4 per il carattere recessivo delle piante figlie nate dall'incrocio di due piante con carattere "non puro" .
Nella tabella seguente sono riportati i risultati che Mendel ha ottenuto dall'incrocio di 10 coppie di piante di pisello esaminando il carattere "forma del seme".
Le 10 coppie di piante incrociate avevano i semi lisci, ma il carattere non era puro. Ricorda che il carattere "semi lisci" é dominante rispetto al carattere "semi rugosi".

1) Qual è la percentuale di piante con semi rugosi che teoricamente ci si deve aspettare?
2) Calcola la percentuale per "seme rugoso"

coppie	P.figlie	s. rugoso	s. liscio	%rugoso	%liscio	tot %
1°	57	12	45			
2°	35	8	27			
3°	31	7	24			
4°	39	10	29			
5°	43	11	32			
6°	32	6	26			
7°	112	24	88			
8°	32	10	22			
9°	34	6	28			
10°	32	7	25			
10	447	101	346			

3) Calcola la percentuale per "seme liscio"
4) Calcola la somma della percentuale di piante con i semi lisci e della percentuale di piante con i semi rugosi per ciascuna coppia.
5) Confronta le percentuali di piante con semi lisci e piante con semi rugosi ottenute da ciascuna coppia e i risultati ottenuti riunendo insieme tutte le piante. Quale si avvicina di più alla probabilità teorica? Cerca di spiegare il perché.

Quando Mendel ha esaminato i risultati dei suoi esperimenti, per arrivare alle leggi sull'ereditarietà, ha usato le conoscenze che aveva sul calcolo delle probabilità e ha capito che i risultati della trasmissione dei caratteri erano simili a quelli del lancio di due monete.

Per questo ha fatto l' ipotesi che, per ogni carattere, esistessero due fattori e che uno si ereditava dal padre e l' altro dalla madre.

Abbiamo visto che Mendel ha esaminato un numero molto alto di piante prima di essere sicuro della sua ipotesi; ha fatto questo perché sapeva che aumentando il numero degli esperimenti, la frequenza (i risultati ottenuti) si doveva avvicinare di più alla probabilità.

Esercizi

1) Vogliamo calcolare la probabilità che lanciando un dado equo venga un numero dispari. Qual è la probabilità che esca un numero dispari?

2) Calcola la probabilità che lanciando un dado equo esca un numero primo.

3) Calcola la probabilità che lanciando un dado equo esca un numero minore di 4.

4) Si estrae una carta da un mazzo di 40 carte (fra queste 12 sono "figure"). Vince un punto chi estrae la carta che ha dichiarato in precedenza scegliendo tra "figura" e "non figura". Su quale delle due possibilità punteresti?...........Perché?

5) Si estrae una carta da un mazzo da 40 carte. Vince un punto chi estrae la carta del "seme" (fiori, cuori, ...) che ha dichiarato in precedenza. Su quale seme punteresti?..........Perché?

6) Calcola la probabilità di estrarre una carta di cuori da un mazzo di 40 carte.

7) In un sacchetto ci sono 10 caramelle alla menta e 30 alla liquirizia (non distinguibili). Calcola la probabilità di estrarre a caso una caramella alla menta.

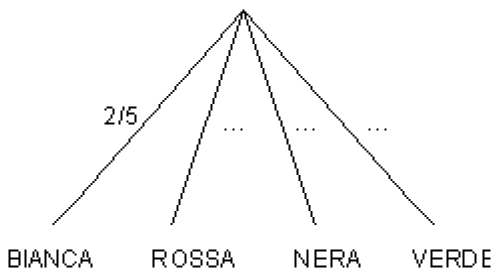
8) La frequenza delle persone mancine sul totale della popolazione é 1/20. Qual è la probabilità che una persona, presa del tutto a caso, non sia mancina?

9) Oggi un insegnante della tua classe vuole affidarsi al caso per interrogare un ragazzo. Pesca da un sacchetto della tombola contenente solo i numeri corrispondenti sul registro di classe agli alunni presenti.
   a. Qual è la possibilità che tu sia interrogato?
   b. Qual è la probabilità che venga interrogato un ragazzo il cui nome inizia con la lettera D? e con la lettera Z?
   c. E' più facile che sia interrogato un maschio o una femmina? Perché?
   d. Supponi che in una delle prossime lezioni l'insegnante usi ancora lo stesso metodo per interrogare. Se quel giorno sei presente a scuola la probabilità che tu sia interrogato sarà ancora quella di oggi o potrà cambiare? Giustifica la tua risposta.

10) A una lotteria con 120 biglietti quanti ne devi comperare per avere probabilità 1/5 di vincere il premio in palio, nell' ipotesi che vengano venduti tutti?

11) Inventa una situazione in cui la probabilità sia 0,12.

12) In un'urna ci sono 4 palline bianche, 3 rosse, 2 nere e 1 verde. Come puoi facilmente verificare la probabilità di estrarre una pallina bianca é 2/5. Rappresentiamo la situazione con il seguente schema che si chiama "grafo a albero":



Completa il grafo mettendo al posto dei puntini le probabilità.

13) Un dado equo ha tre facce rosse, due blu e una bianca. Lanciando il dado qual è la probabilità di ottenere una faccia che non sia blu?
Rappresenta con un grafo ad albero la situazione per ciascun colore.

14) A una lotteria si vendono 1500 biglietti. Giovanni ne ha comperati 10 e suo fratello Piero 15. Nessun altro nella loro famiglia ha acquistato biglietti.
   a. Qual è la probabilità che Giovanni vinca il primo premio? P(G)= ...
   b. Qual è la probabilità che lo vinca Piero? P(P)= ..
   c. Qual è la probabilità che arrivi il primo premio nella loro famiglia? (Indica i calcoli) P(F)= ...
   d. Verifica la seguente uguaglianza, utilizzando i risultati ottenuti rispondendo alle domande precedenti: P(G) + P(P) = P(F)

Calcolo della probabilità applicata alla genetica:

1) Quali sono i rapporti fenotipici che ci attendiamo nella generazione derivata dall'incrocio di una cavia maschio di una linea pura a pelo nero (carattere dominante) con una femmina di linea pura a pelo bianco (carattere recessivo)? E quali genotipi?
2) Una cavia nera (carattere dominante) sottoposta ad un incrocio con un individuo bianco (carattere recessivo) può generare individui a pelo bianco? Spiega la tua risposta.
3) Nei bovini la caratteristica 'senza corna' è determinata da un gene dominante P, l'alternativa con corna dal genotipo pp. Dall'incrocio tra un animale con corna e uno senza corna si ottiene una prole costituita da individui con corna. Potete dire quali sono i genotipi dei genitori? E quelli dei figli?
4) Il carattere occhi scuri (S) è dominante nell'uomo, mentre quello occhi celesti è recessivo (s).
   a. Un individuo con gli occhi celesti può essere eterozigote? Perché?
   b. Un individuo con gli occhi scuri può essere eterozigote? Perché?
   c. Calcola la % dei probabili individui che nascono dagli accoppiamenti proposti (utilizzando le tabelle a doppia entrata):
      SS con ss
      Ss con Ss
6) La fossetta sul mento è un carattere dominante nella specie umana. Come sarà distribuito tale carattere nei figli di una femmina FF e un maschio Ff? Quale sarà il loro genotipo e il loro fenotipo?
7) Il gene dominante L è responsabile della comparsa delle lentiggini. Una donna e un uomo entrambi eterozigoti per il carattere lentiggini hanno dei figli. Qual è il genotipo della discendenza e qual è il fenotipo?
8) Come si può accertare se un individuo è eterozigote per un determinato carattere?
9) Anna e Claudio stanno per avere un figlio e vogliono fare previsioni sul colore degli occhi. Claudio ha gli occhi celesti e Anna li ha neri; il padre di Anna li ha neri e la madre celesti. Come sono i geni di Anna? Quali sono le probabilità che il figlio di Anna e Claudio abbia gli occhi celesti? E quali sono le probabilità che li abbia neri? (ricorda che il carattere occhi celesti è recessivo rispetto al carattere occhi neri)
10) Sapendo che nell'uomo il carattere "capelli ricci" (R) è dominante sul carattere "capelli lisci" (r) rispondi alle seguenti domande:
   a. un individuo con i capelli lisci può essere eterozigote?Perché?
   b. un individuo può essere eterozigote con i capelli ricci? Perché?
   c. calcola la percentuale dei probabili individui che possono nascere da madre e padre eterozigoti (Rr), aiutandoti con un'opportuna tabella a doppia entrata. (Specifica bene le percentuali di fenotipo e genotipo)

Allegato 1:

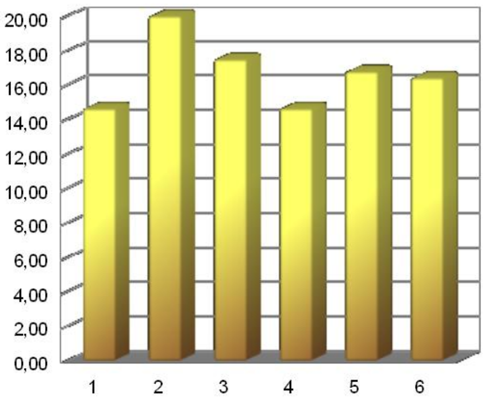
I risultati della nostra sperimentazione in classe:

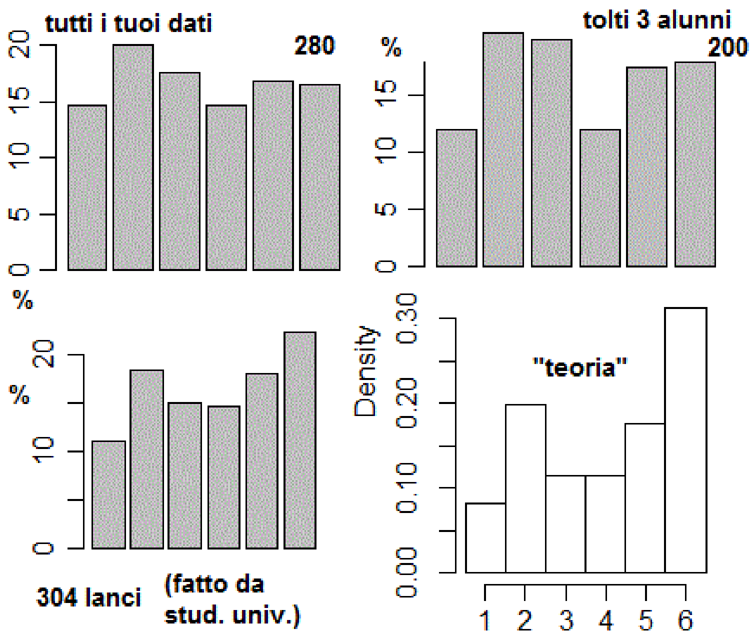
Il lancio del dado di cartone:

… i dati della classe

Uscita	Edoardo	Simone	Caterina	Luca	Giulia	Carlotta	Giorgia	Margherita	Camilla	Giacomo	Marta	Ilaria	Matteo	Arianna	totali	freq.
1	4	1	2	3	5	3	3	2	4	1	1	2	4	6	41	**14,64**
2	4	6	3	7	3	3	4	3	4	5	5	2	3	4	56	**20,00**
3	4	1	6	2	4	2	4	6	2	7	4	4	1	2	49	**17,50**
4	2	5	4	3	1	1	5	2	5	2	2	2	5	2	41	**14,64**
5	3	2	2	1	2	7	2	1	0	4	7	6	6	4	47	**16,79**
6	3	5	3	4	5	4	2	6	5	1	1	4	1	2	46	**16,43**
															280	100,00

I risulati in istogramma…





Gli istogrammi sopra mostrano i risultati ottenuti in classe, mentre quelli a fianco rappresentano un confronto tra quelli ottenuti in classe e quelli ottenuti da un gruppo di studenti universitari che ripetono la prova…

Allegato 2: il lancio delle monete

… i dati della classe

	N° LANCI	USCITE CC	USCITE CT o TC	USCITE TT
GRUPPO 1 PAOLO	60	16	25	19
GRUPPO 2 MARGHE	60	19	30	11
GRUPPO 3 EDOARDO	60	12	30	18
GRUPPO 4 ARIANNA	60	14	30	16
GRUPPO 5 THOMAS	60	14	31	15
GRUPPO 6 LUCA	60	15	31	14
GRUPPO 7 LUDOVICA	60	12	30	18
GRUPPO 8 CATERINA	60	14	34	12
GRUPPO 9 LORENZO	60	23	21	16
GRUPPO 10 GIULIA	60	14	30	16
GRUPPO 11 ALBERTO	60	11	36	13
GRUPPO 12 MATTEO	60	13	28	19
TOTALE	720	177	356	187

I valori delle frequenze relative e percentuali

	Freq CC	Freq,% CC	Freq CT o TC	Freq.% CT o TC	freq TT	Freq.% TT
GRUPPO 1 PAOLO	0,27	26,67	0,42	41,67	0,32	31,67
GRUPPO 2 MARGHE	0,32	31,67	0,5	50	0,18	18,33
GRUPPO 3 EDOARDO	0,2	20	0,5	50	0,3	30
GRUPPO 4 ARIANNA	0,23	23,33	0,5	50	0,27	26,67
GRUPPO 5 THOMAS	0,23	23,33	0,52	51,67	0,25	25
GRUPPO 6 LUCA	0,25	25	0,52	51,67	0,23	23,33
GRUPPO 7 LUDOVICA	0,2	20	0,5	50	0,3	30
GRUPPO 8 CATERINA	0,23	23,33	0,57	56,67	0,2	20
GRUPPO 9 LORENZO	0,38	38,33	0,35	35	0,27	26,67
GRUPPO 10 GIULIA	0,23	23,33	0,5	50	0,27	26,67
GRUPPO 11 ALBERTO	0,18	18,33	0,6	60	0,22	21,67
GRUPPO 12 MATTEO	0,22	21,67	0,47	46,67	0,32	31,67
Freq su TOTALE	0,25	24,58	0,49	49,44	0,26	25,97