**CORSO DI STUDI IN SMID**
**CORSO DI ANALISI MATEMATICA 2**
**I PROVA SCRITTA D' ESAME**
**12 Giugno 2008**

1. (a) Calcolare (utilizzando un opportuno cambiamento di variabile) il seguente integrale indefinito
$$\int \frac{e^{2t}-9}{(1+e^t)(e^t-1)}\ dt.$$
   (b) Utilizzando il risultato trovato in (a), determinare l' espressione esplicita della funzione integrale
$$F(x) = \int_1^x \frac{e^{2t}-9}{(1+e^t)(e^t-1)}\ dt.$$
   (c) Della funzione $F(x)$
      - determinare il campo di esistenza e limiti agli estremi;
      - studiare continuitá e derivabilitá;
      - stabilire crescenza e decrescenza;
      - determinare il segno;
      - tracciare un grafico qualitativo.

2. Si consideri la seguente serie
$$\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n\ \frac{nx^{2n}}{4^n}\ \ln(1+\frac{1}{n^2}).$$
   - Si determini per quali $x$ reali la serie converge assolutamente;
   - si determini per quali $x$ la serie converge.
   - se $f(x)$ è la somma della serie precedente, si scriva la serie di Taylor di punto iniziale $x_0 = 0$ per $f'(x)$;
   - si calcoli $\int_0^1 f(t)\ dt$, a meno di $10^{-4}$.

3. Si determini la serie di Taylor della funzione
$$f(x) = \int_0^x \frac{\arctan(2x^2)}{x}\ dt,$$
   precisando per quali $x$ essa converge alla funzione $f(x)$.

   Disegnare il grafico della funzione in un intorno di 0.