

CORSO DI STUDI IN SMID
CORSO DI ANALISI MATEMATICA 2
I PROVA SCRITTA - RECUPERO 1
12 Giugno 2008

1. (a) Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int (4x^3 - 1) \ln(x^2 + 4) dx.$$

- (b) Utilizzando il risultato trovato in (a), calcolare l'area della regione piana compresa tra il grafico della funzione $f(x) = (4x^3 - 1) \ln(x^2 + 4)$ e l'asse delle ascisse, per $x \in [-1, 1]$.

2. (a) Calcolare (utilizzando un opportuno cambiamento di variabile) il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{e^{2t} - 9}{(1 + e^t)(e^t - 1)} dt.$$

- (b) Utilizzando il risultato trovato in (a), determinare l'espressione esplicita della funzione integrale

$$F(x) = \int_1^x \frac{e^{2t} - 9}{(1 + e^t)(e^t - 1)} dt.$$

- (c) Della funzione $F(x)$

- determinare il campo di esistenza e limiti agli estremi;
- studiare continuità e derivabilità;
- stabilire crescita e decrescenza;
- determinare il segno;
- tracciare un grafico qualitativo.

3. Si consideri la seguente funzione integrale

$$F(x) = \int_1^x \frac{\arctan(t - 2)}{\ln(t^2 + 1) - (e^t - 1)} dt$$

Senza calcolare l'integrale,

- determinare il campo di esistenza della funzione $F(x)$;
- stabilire se i limiti di $F(x)$ agli estremi sono finiti o infiniti, utilizzando il criterio di convergenza per gli integrali impropri;
- studiare continuità e derivabilità di $F(x)$;
- stabilire crescita e decrescenza di $F(x)$;
- determinare il segno di $F(x)$;
- tracciare un grafico qualitativo di $F(x)$.