

CORSO DI STUDI IN SMID
CORSO DI ANALISI MATEMATICA 2
II PROVA SCRITTA - RECUPERO 1
12 Giugno 2008

1. Si consideri la seguente serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{nx^{2n}}{4^n} \ln\left(1 + \frac{1}{n^2}\right).$$

- Si determini per quali x reali la serie converge assolutamente;
 - si determini per quali x la serie converge.
 - se $f(x)$ è la somma della serie precedenti si scriva la serie di Taylor di punto iniziale $x_0 = 0$ per $f'(x)$;
 - si calcoli $\int_0^1 f(t) dt$, a meno di 10^{-4} .
2. Si scriva il polinomio di Taylor $P(x)$ di ordine 2 e punto iniziale $x_0 = 0$ per la funzione

$$f(x) = \sqrt{2x+1}$$

e utilizzare tale polinomio per valutare $f(1/2)$.

Scrivere il relativo resto di Lagrange e trovare per quale $\delta > 0$ l'errore $|f(x) - P(x)|$ è inferiore a 10^{-2} per $x \in [0, \delta]$.

3. Si determini la serie di Taylor della funzione

$$f(x) = \int_0^x \frac{\arctan(2t^2)}{t} dt,$$

precisando per quali x essa converge alla funzione $f(x)$.

Disegnare il grafico della funzione in un intorno di 0.