CORSO DI STUDI IN SMID
CORSO DI ANALISI MATEMATICA 2
II PROVA SCRITTA
8 Giugno 2009

1. Si consideri la seguente serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \sqrt{n^2+1}\ \sin^2\left(\frac{1}{n+1}\right) 3^{-n}\ \ (x-2)^n.$$

   Determinare

   - per quali x la serie converge assolutamente;
   - per quali x la serie converge;
   - in quali intervalli la serie converge uniformemente.

   Se $f(x)$ è la somma della serie,

   - per quali x la funzione è continua?
   - per quali x la funzione è derivabile?
   - Si calcoli - se possibile - $f'(3/2)$ a meno di 10^{-3}.
   - Si disegni il grafico della funzione vicino a 2, evidenziandone segno, crescenza e concavitá.

2. Determinare la serie di Taylor di punto iniziale $x_0 = 0$ per

   (a) $f(x) = \ln(1+2x)$;

   (b) $g(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+2x)}{x} & x \neq 0, \\ 2 & x = 0 \end{cases}$;

   (c) $F(x) = \int_0^x g(t)\ dt$,

   precisando in ogni caso per quali x converge la serie e per quali x la somma della serie è la funzione.

   Scrivere il polinomio di Taylor $P(x)$ di ordine 2 e punto iniziale $x_0 = 0$ per la funzione $f(x)$ e il relativo resto di Lagrange e stabilire se l' errore nell' intervallo $[-1/10, 0]$ è o no inferiore a 10^{-3}.