CORSO DI STUDI IN SMID
CORSO DI ANALISI MATEMATICA 1 (II modulo)
II PROVA SCRITTA - RECUPERO
10 Giugno 2009

1. Si consideri la seguente serie
$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-2)^n \ (n+1)^2 \ \ln\left(1+\frac{1}{n^3}\right) \ (x+1)^n.$$
Determinare
   - per quali x la serie converge assolutamente;
   - per quali x la serie converge;
   - in quali intervalli la serie converge uniformemente.

   Se $f(x)$ è la somma della serie,
   - per quali x la funzione è continua?
   - per quali x la funzione è derivabile?
   - Si calcoli - se possibile - $f'(-1/2)$ a meno di 10^{-3}.
   - Si disegni il grafico della funzione vicino a -1, evidenziandone segno, crescenza e concavitá.

2. Determinare la serie di Taylor di punto iniziale $x_0 = 0$ per
   (a) $f(x) = e^{-2x} - 1$;
   (b) $g(x) = \begin{cases} \frac{e^{-2x}-1}{x} & x \neq 0, \\ -2 & x = 0 \end{cases}$;
   (c) $F(x) = \int_0^x g(t)\ dt$,

   precisando in ogni caso per quali x converge la serie e per quali x la somma della serie è la funzione.

   Scrivere il polinomio di Taylor $P_3(x)$ di ordine 3 e punto iniziale $x_0 = 0$ per la funzione $f(x)$ e il relativo resto di Lagrange e stabilire se l' errore nell' intervallo $[0, 0.5]$ è o no inferiore a 10^{-3}.